

## Algorithmen zu diskreten Strukturen

### 9. Übungsblatt

#### Aufgabe 1:

Seien  $M_1, M_2$  zwei Matroide auf  $E$  mit Rangfunktionen  $r_1, r_2$ . Dann Sei  $k := \min\{r_1(Y) + r_2(E \setminus Y) \mid Y \subseteq E\}$ ,  $f(X) := \min\{k, r_1(X)\}$  und  $g(X) := \max\{0, k - r_2(E \setminus X)\}$ .

Zeigen Sie: daß  $f$  submodular und  $g$  supermodular ist.

#### Aufgabe 2:

Sei  $f$  submodular und  $f_{mon}(X) = \min\{f(Y) : Y \subseteq X\}$  die *Monotonisierung* von  $f$ .

Zeigen Sie:  $f_{mon}$  ist submodular.

#### Aufgabe 3:

Seien  $f, g$  zwei Funktionen, die auf den Teilmengen von  $E$  definiert sind. Die *Faltung*  $h = f * g$  ist definiert als

$$h(X) = \min\{f(Y) + g(X \setminus Y) : Y \subseteq X\}.$$

Zeigen Sie: Sind  $f$  submodular und  $g$  modular, dann ist  $f * g$  submodular.