Professor Dr. R. Schrader
M. Hayer, MSc

SS 2000

Algorithmen zu diskreten Strukturen

4. Übungsblatt

1. Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Ein Knoten $r \in V$ heißt *Wurzel*, falls jeder andere Knoten auf einem gerichteten Weg von r aus erreichbar ist. G heißt *quasi-stark zusammenhängend*, wenn zu je zwei Knoten x und y ein Knoten $z(x, y)$ existiert, für den es gerichtete Wege von z nach x und von z nach y gibt. Zeigen Sie: G hat genau dann eine Wurzel, wenn G quasi-stark zusammenhängend ist.

2. Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *out-tree*, wenn G ein Branching mit genau einer Wurzel ist. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) G ist ein out-tree,

   (b) G ist quasi-stark zusammenhängend und kreisfrei,

   (c) G ist quasi-stark zusammenhängend und hat $|V| - 1$ Kanten,

   (d) G hat eine Wurzel r und jeder Knoten ist auf genau einem Weg von r aus erreichbar,

   (e) G ist quasi-stark zusammenhängend und verliert diese Eigenschaft, wenn eine beliebige Kante entfernt wird,

   (f) G ist quasi-stark zusammenhängend und hat einen Knoten r mit $\delta^-(r) = 0$ und $\delta^-(x) = 1$ für alle $x \in V, x \neq r$,

   (g) G ist kreisfrei und hat einen Knoten r mit $\delta^-(r) = 0$ und $\delta^-(x) = 1$ für alle $x \in V, x \neq r$.

3. Zeigen Sie: G enthält genau dann einen out-tree, wenn G quasi-stark zusammenhängend ist.