

# Kapitel 4

## Simulationen mit drei Akteuren

### 4.1 Grundgleichungen

Wir beschäftigen uns jetzt mit allen drei möglichen Akteuren, die sich gegenseitig beeinflussen können. Mehr als drei Akteure zu betrachten, ergibt keinen weiteren wesentlichen Informationsgewinn mehr. Die Grundgleichungen lauten nachwievor:

$$\begin{aligned} E_i(t+1) &= E_i(t) + \sum_{k=1}^3 em_{ik} M_k(t) \\ M_i(t+1) &= M_i(t) - \lambda_i M_i(t) (M_i^* - M_i(t)) (E_i(t) + \phi_i(E_i(t+1) - E_i(t))) \end{aligned}$$

#### 4.1.1 Von Kooperationen bis zu negativen Koppelungen

Der Unterschied zu dem Modell mit zwei Akteuren ist nun, dass je zwei Spieler eine Art Koalition bilden können, auch wenn sich ein Akteur unkooperativ verhält.

#### Kooperationen zwischen zwei Akteuren, unkooperatives Verhalten von Akteur 3

Mit dem zugrundeliegenden TEM-Modell lässt sich auch der Fall eines nicht am Kyoto-Prozess interessierten Akteurs abbilden:

#### Übung: Fallbeispiel 1

Die Akteure 1 und 2 einigen sich auf eine Kooperation für den Kyoto-Prozess. Sie möchten ihre Emissionen verringern. Der dritte Akteur will weder am Joint Implementation-Prozess teilnehmen, noch überhaupt Emissionen reduzieren. Anstelle dessen vertritt er die Interessen seiner Energieerzeuger, die auf konventionelle Kraftwerke setzen und in den Ländern der anderen Betriebe übernommen haben. Er fördert seine Industriebetriebe mit einem jährlichen festen Betrag.

- Versuchen Sie das Verhalten des Spielers 3 im Rahmen der Grundgleichungen abzubilden.

Die Akteure 1 und 2 beginnen mit einer Reduktionsverpflichtung von 5 Einheiten. Welche Auswirkung kann das Verhalten von Spieler 3 haben ?

- Untersuchen Sie z.B. was passiert, wenn die Parameter  $em_{i3}$  betragsmäßig kleiner sind als die positiven Koppelungen:
  - Erreichen die Spieler 1 und 2 ihr Ziel von Null Emissionsreduktionseinheiten ?
  - Können sie es halten und wenn ja, wieviele Mittel müssen sie dafür aufwenden ?
  - Stabilisieren sich die Mittelaufwendungen, wenn ja auf welchem Niveau ?
- Wie sieht es bei Extremwerten für die negative Beeinflussung durch Akteur 3 aus, z.B. -1 ?
- Welche Auswirkungen hat es, wenn sich die Aufmerksamkeitsparameter der anderen Spieler ändern ?

Es empfiehlt, sich  $\phi > 1$  zu setzen, da die Akteure sonst zu schnell einen Mitteleinsatz von 1 erreichen, aus den sie nicht mehr herauskommen (numerisches Problem).

### Fallbeispiel 2:

Alle drei Akteure kooperieren.

- Welche Ergebnisse:  
Versuchen Sie den geringstmöglichen Mittelaufwand und die kürzeste Zeit zu ermitteln, die die Akteure benötigen, wenn sie wieder ein Kontingent von 5 Reduktionseinheiten zu erfüllen haben ?

### Fallbeispiel 3: Unkooperatives Verhalten

Alle drei Akteure kooperieren nicht, wollen aber trotzdem ihre Ziele erreichen. Das Verhalten kann -wie schon bei zwei Akteuren- zu Schwingungen führen, aber auch ein besonderes Verhalten zur Folge haben:

#### Chaotisches Verhalten beim TEM-Modell:

Treffe die folgende Auswahl an Parametern (siehe [18]):

Akteur	Emissionsred.	Mittel	Budget	$\phi$	$\lambda$	<i>em-Matrix</i>		
1	-1	0,3	1	10	0,82	1	-0,7	-0,3
2	0,6	0,1	1	10	0,25	-0,8	1	-0,2
3	0,5	0,2	1	10	0,4	-0,9	-0,1	1

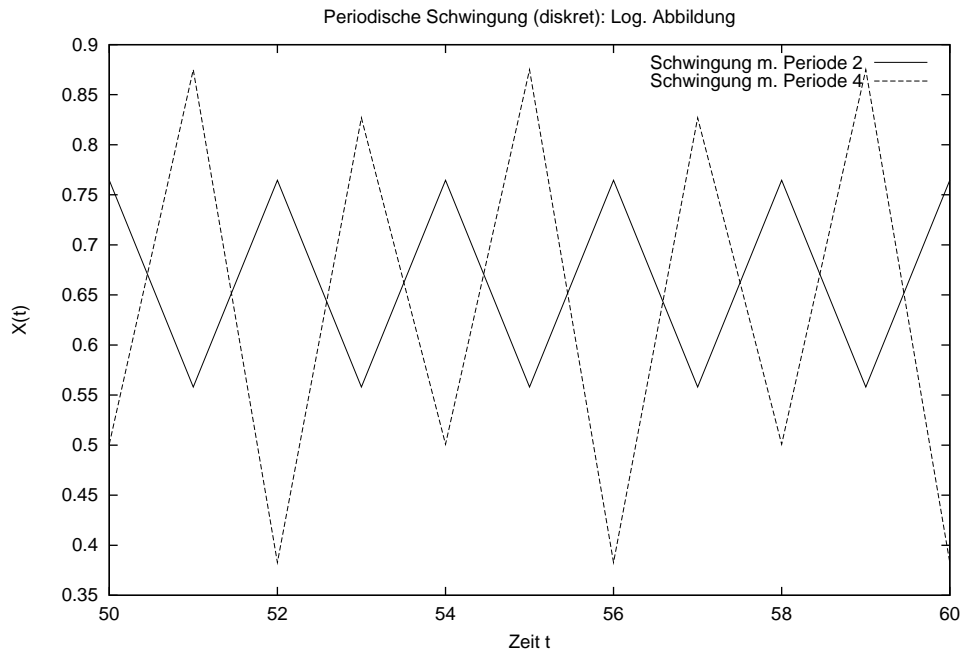
- Was fällt auf ?
- Was passiert, wenn man  $\phi$  auf 11 setzt ?

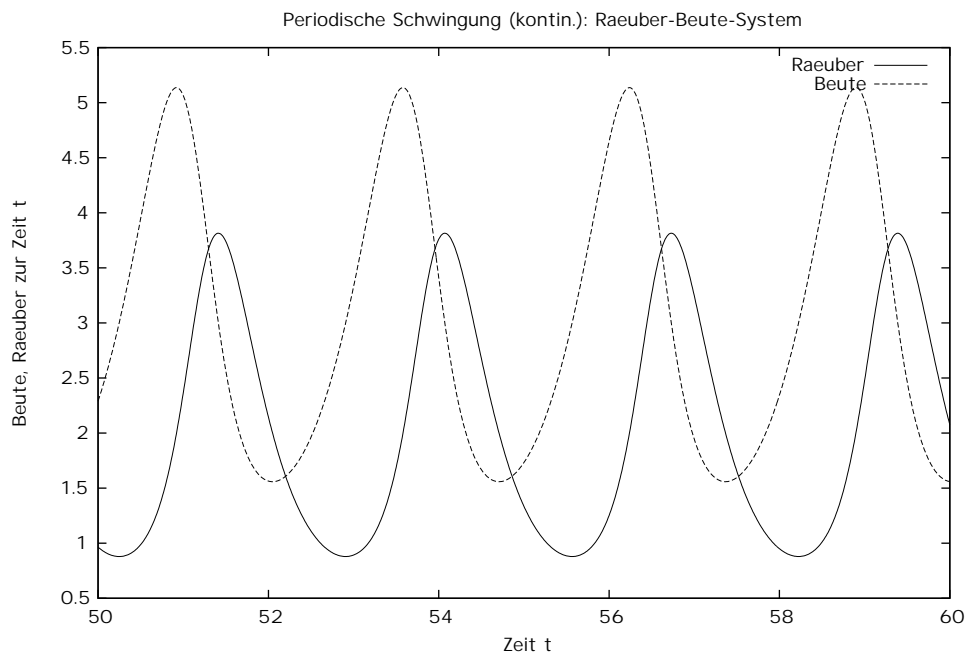
## 4.2 Mathematischer Exkurs: Chaos

### Von Schmetterlingen und seltsamen Attraktoren

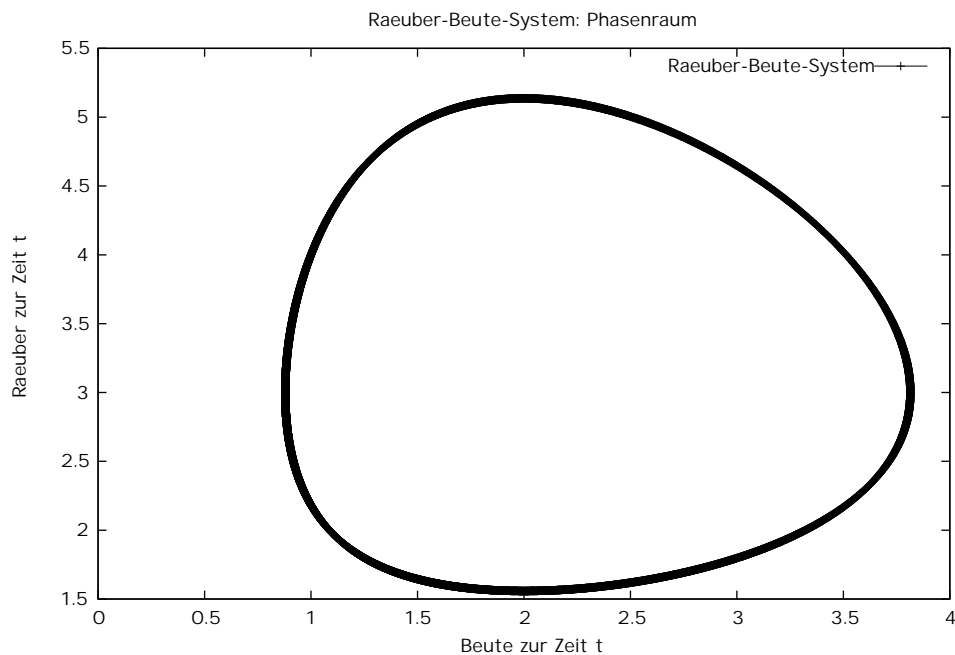
1963 entdeckte Edward Lorenz eine neue Form von Gleichgewichtspunkten bzw. Attraktoren, bei denen die System ein bis dahin unbekanntes Verhalten zeigten. Zur

Erinnerung: Gleichgewichtspunkte sind diejenigen Stellen, an denen das System zur Ruhe kommt und keine sichtbaren Änderungen mehr stattfinden. Bei einem einfachen Populationsmodell -mit nur den Vorgängen: Sterben und Geborenwerden - liegt ein Gleichgewicht genau dann vor, wenn sich diese beiden Punkte ausgleichen. Vor der Entdeckung Lorenz' waren nur einfache Gleichgewichte und periodisches Verhalten als mögliche Formen von Attraktoren bekannt. Periodisches Verhalten bezeichnet -wie der Name schon sagt- Schwingungen mit einer festen Frequenz. Nach einer bestimmten Zeitspanne gelangt das System wieder in den Ausgangspunkt zurück. Bei z.B. einer Schwingung mit Periode vier werden damit insgesamt vier Punkte immer wiederholt. Jeder dieser Punkte wird nach vier Zeiteinheiten wieder erreicht und keinesfalls vorher. Schwingungen treten bei diskreten und kontinuierlichen Systemen auf.





Hier fand sich eine neue Variante, die den Namen seltsamer Attraktor erhielt. Die Darstellung des seltsamen Attraktors erfolgt zumeist in einer Abbildung, die Phasenraum genannt wird. Dort wird nicht eine Zustandgröße gegen die Zeit, sondern mehrere Zustandsgrößen des Systems gegeneinander aufgetragen.



Obgleich beim Lorenz-Attraktor zu erkennen ist, dass nachwievor eine Art Begrenzung der Bahnen existiert, kann die genaue Position des Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt nicht vorhergesagt werden. Obwohl seltsame Attraktoren zuerst bei chaotischen Gleichungen entdeckt wurden, wird der Begriff heute für Gleichgewichtspunkte mit fraktalen Eigenschaften gebraucht. Der Lorenz-Attraktor besitzt diese

ebenfalls. Die Gleichungen, die bei der Entdeckung des chaotischen Attraktors benutzt wurden, haben eigentlich eine recht einfache Form. Prinzipiell beschreiben sie Konvektionszellen in der Atmosphäre (aber das ist hier weniger wichtig).

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

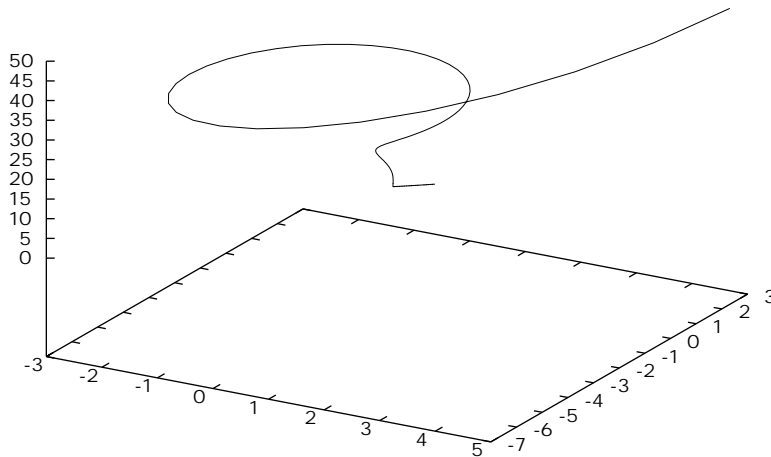
Für bestimmte Kombinationen der Parameter  $\sigma$ ,  $r$  und  $b$  erreichen die Zustandsgrößen weder Gleichgewichtspunkte, noch Zyklen, noch gehen sie gegen Unendlich. Zunächst einmal wollen wir uns mit den Gleichgewichten der Lorenzgleichung beschäftigen.

**Aufgabe:**

- Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte der Lorenzgleichung in Abhängigkeit von  $\sigma$ ,  $r$  und  $b$ . Setzen Sie also  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{dy}{dt}$  und  $\frac{dz}{dt}$  jeweils gleich Null.
- Wieviele Gleichgewichtspunkte gibt es und wann (d.h. für welche Kombinationen für  $\sigma$ ,  $r$  und  $b$ ) existieren sie ?

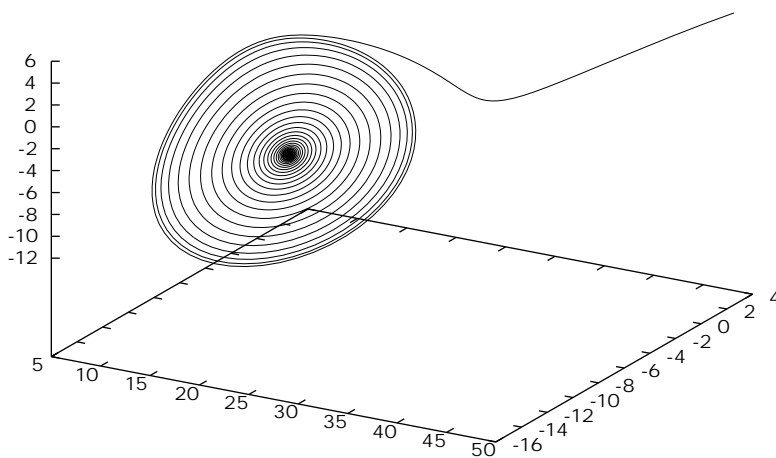
Wenn man alle Parameter außer  $r$  unverändert (meistens  $b = 8/3$  und  $\sigma = 10$ ) lässt, kann man ein interessantes Verhalten bei der Variation von  $r$  erkennen. Wir hatten bereits gesehen, dass zwei der drei Gleichgewichtsparameter nur dann existieren, wenn  $r > 1$  gilt. Zu Beginn haben wir damit nur einen einzigen stabilen Gleichgewichtspunkt, den Nullpunkt. Wird  $r$  hingegen größer als eins, so wird der Nullpunkt instabil, und die beiden anderen neuhinzugekommenen stabil. Je nachdem mit welchem Startpunkt das System beginnt, wird es sich auf den einen oder den anderen Gleichgewichtspunkt zu bewegen.

Knoten —



Ab einem Wert von 1,346 ändert sich das Verhalten des Systems in der Nähe der Gleichgewichtspunkte. Zuvor lief es auf direktem Weg in sie hinein und zeigte damit eine monotone Annäherung (stabiler Knoten). Jetzt umkreist es die beiden Punkte in immer enger werdenden Bahnen bis es schließlich in ihnen endet (stabiler Fokus).

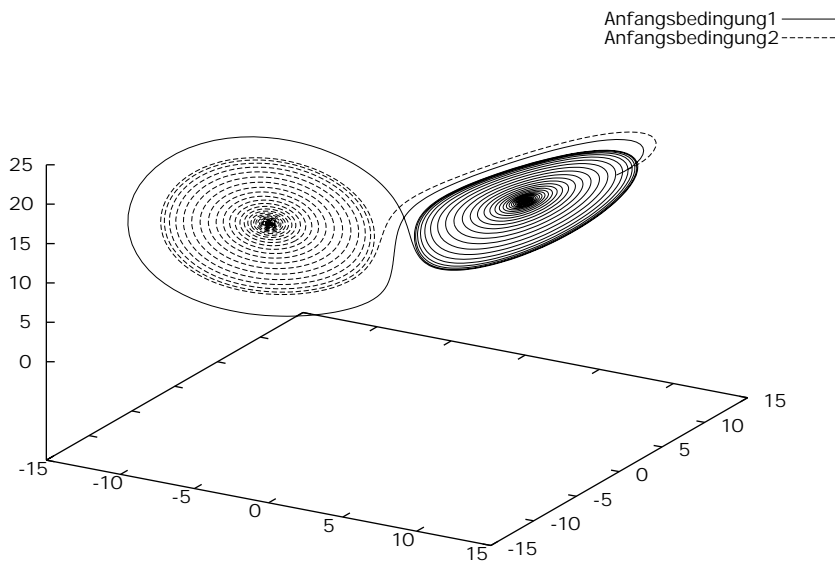
Fokus —



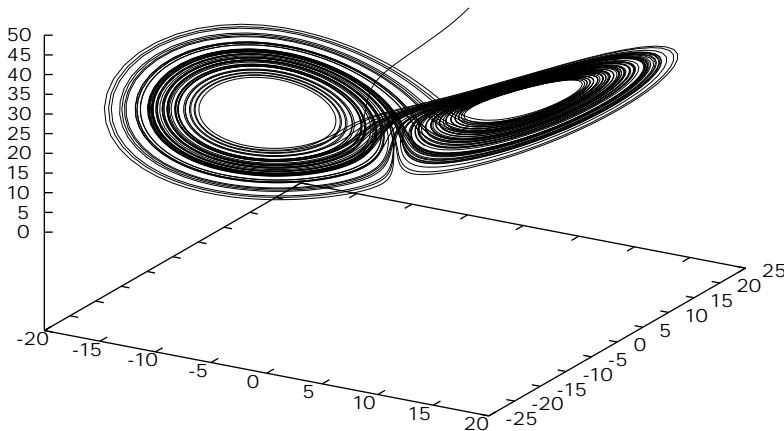
Dieses Verhalten wird vom System bis zu einem Wert von 13,926 aufrecht erhalten. Danach zeigt sich eine Struktur, die sich instabiler Grenzzyklus nennt. Diese Gebilde sind geschlossenene Bahnen, die innen entweder einen (meist) instabilen Knoten oder einen instabilen Fokus enthalten (vergl.[16], S. 101). Der wesentliche Unterschied zum normalen periodischen Verhalten, besteht darin, dass Periode und

Amplitude nicht von den Anfangsbedingungen des Systems abhängen. Im vorliegenden Fall sind die Grenzzyklen allerdings selbst instabil, d.h. sie werden nicht angenommen. Sie trennen vielmehr den Raum um einem Gleichgewichtspunkt in zwei Teile:

Nur diejenigen Lösungsbahnen, die in das Innere des Grenzzyklus eines Gleichgewichtspunktes gelangen, konvergieren gegen ihn. Das kann dazu führen, dass zwei Lösungen, die mit leicht unterschiedlichen Startwerten beginnen, in unterschiedliche Attraktoren hineinlaufen. Die Radien der Grenzzyklen werden mit zunehmenden  $r$  immer kleiner. Die Bahnen des Systems kreisen häufiger um die beiden Gleichgewichtspunkte herum, bis sie schließlich in einem münden.



Wenn  $r$  schließlich den Wert von 24,74 übersteigt, so beginnt das chaotische Verhalten, das typisch für den Lorenzattraktor ist. Die beiden Gleichgewichtspunkte werden vom System umkreist. Irgendwann (nicht vorherzusagen) verlässt das System den einen Gleichgewichtspunkt und wechselt zum nächsten. Dabei ist auffällig, dass sich die dabei entstehenden Bahnen nie kreuzen.



Im Internet gibt es viele Seiten mit Applets, mit deren Hilfe man die Lorenzgleichung nachzeichnen kann, so z.B. unter

- <http://www.robert-doerner.de/Lorenz-System/lorenz-system.html>
- <http://kong.apmaths.uwo.ca/~bfraser/version1/nonlinearlab.html>

Die Gleichungen sind eines der Standardbeispiele bei der Einführung in das Gebiet der chaotischen Systeme und finden sich in jedem Buch über dieses Thema. Es fehlt bisher noch die eigentliche Definition für chaotisches Verhalten. Eine Gleichung (bzw. ein System) zeigt chaotisches Verhalten, wenn folgende Punkte erfüllt sind:

- **Starke (d.h. sensible) Abhängigkeit von den jeweiligen Anfangsbedingungen**
- Es liegt ein **aperiodisches** (kein Punkt wird zweimal durchlaufen) **beschränktes** (ein Gebiet wird nicht verlassen) **Verhalten** vor

Die erste Bedingung sagt aus, dass wenn zwei Lösungen der Gleichung mit leicht anderen Anfangswerten starten, sie sich nach einiger Zeit vollkommen unterschiedlich verhalten. Aperiodisch bedeutet, dass keine regelmäßigen Schwingungen existieren, das System wiederholt sich damit nicht. Kein Punkt des Phasenraumes wird zweimal angenommen. Gleichzeitig bleibt das System aber innerhalb eines beschränkten Gebietes, d.h. die Lösungen wachsen nicht monoton an. Ansonsten würde das exponentielle Wachstum der zweiten Bedingung entsprechen.

Beide Bedingungen werden vom Lorenzattraktor erfüllt. Aufgrund der ersten Bedingung formulierte Lorenz den sog. Schmetterlingseffekt beim Wetter. Da komplexe Systeme eine sehr große Abhängigkeit von den Anfangswerten aufweisen und da das Wetter ebenfalls ein äußerst komplexes –vielleicht chaotisches– System ist, kann eine



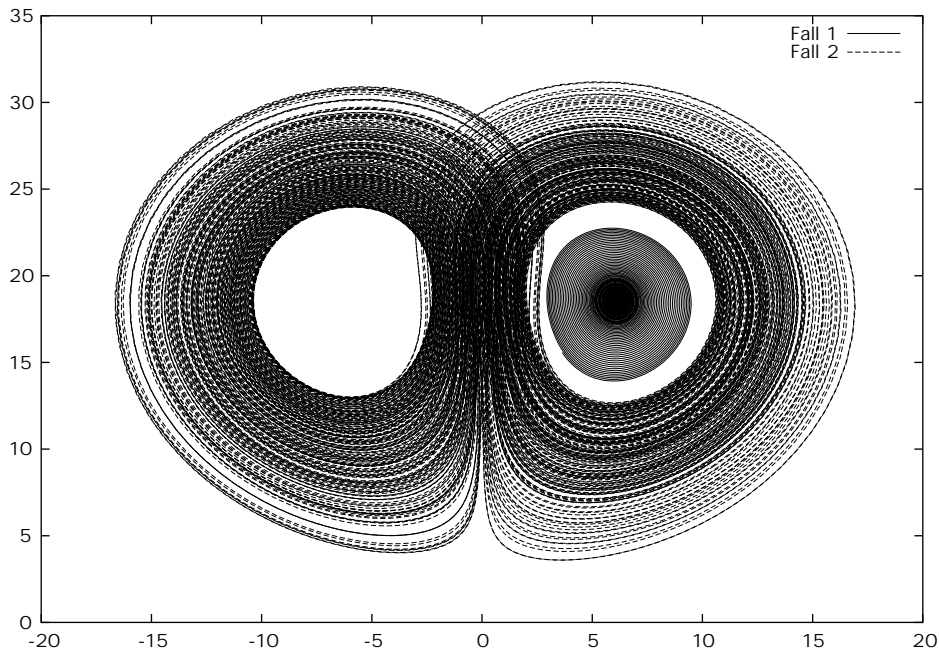
geringfügige Änderung der Bedingungen (wie zum Beispiel durch den Flügelschlag eines Schmetterlings) das Endergebnis vollkommen verändern. Davon kommt die häufig zitierte Aussage, dass der Flügelschlag eines Schmetterlings in China einen Wirbelsturm in den USA auslösen könnte. Eine andere Theorie erklärt den Namen Schmetterlingseffekt allerdings mit der eigenartigen Form des Lorenzattraktors.



Abbildung 4.1: Neues von der Chaostheorie: FAZ, 14.1.2000

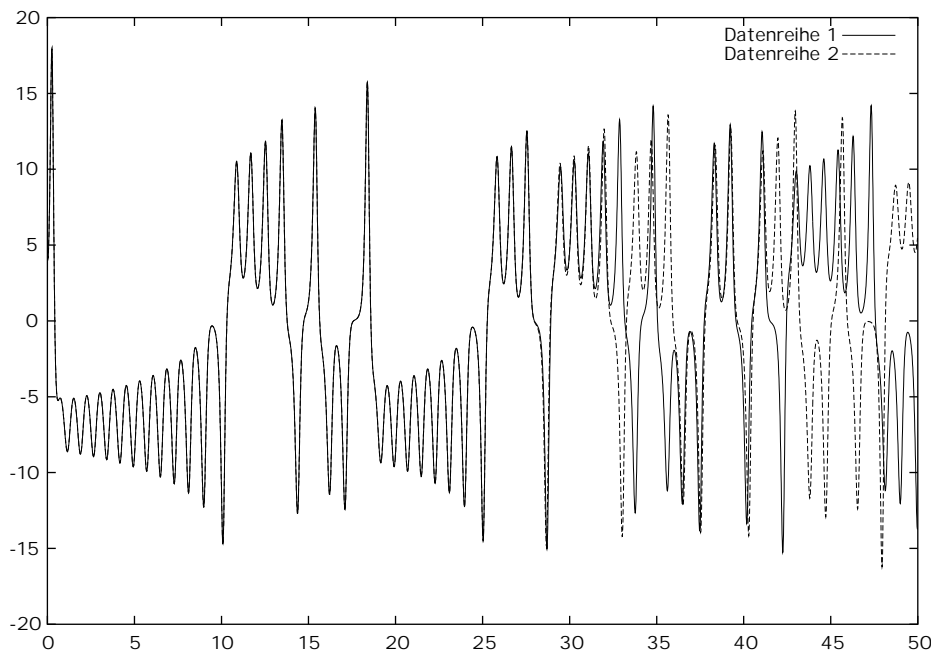
Ob das Wetter tatsächlich ein chaotisches System darstellt oder ob es sich *nur* um ein komplexes System handelt, dessen Parameter unzureichend bestimmt sind, ist unklar. In der Natur kann Chaos direkt nicht nachgewiesen werden. Es findet sich allein in den Gleichungen, die man zur Beschreibung des Systems herangezogen hat. Bei der Modellierung von Systemen liegt die Problematik in der Situation, dass die Parameter der gewählten Gleichungen, beim Lorenz-System z.B.  $r$ , zumeist nur mit einem Unsicherheitsfaktor bestimmt werden können. Im häufigsten Fall erhält man ein Intervall mit einem möglichen Minimal- und Maximalwert. Hier kann sich das Verhalten des Systems radikal ändern, je nachdem welchen Wert man nimmt. Am Beispiel des Lorenzsystem läßt sich das Problem gut verdeutlichen. Nehmen wir an, wir hätten  $r$  beim Wert von 24 mit einer Unsicherheit von 1 bestimmt. Damit sind wir uns ziemlich sicher, dass der Wert irgendwo im Intervall von 23 bis 25 liegen muss. Falls  $r$  kleiner als 24,74 sein sollte, mündet das System nach einiger Zeit in einem der beiden Gleichgewichtspunkte. Andernfalls haben wir chaotisches Verhalten. Verglichen mit Wetterbedingungen, wäre das gleichbedeutend mit dem Unterschied zwischen einem leichten Sturm und einem Orkan.

Die folgende Abbildung zeigt den unterschiedlichen Verlauf zweier Kurven, wobei sich  $r$  nur um 0,25 unterscheidet. Die Startwerte waren dabei identisch. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde erst bei  $t = 90$  mit der Darstellung begonnen.



Ähnliches gilt häufig für die Startwerte, da auch hier Messungenauigkeiten auftreten können. Wie bereits erwähnt, kann schon der geringste Unterschied zu vollkommen anderen Ergebnissen führen. Die Entdeckung des Lorenzattraktors geschah, als Lorenz die Rechnungen zweimal durchführte, das eine Mal waren die Werte bis auf sechs Stellen angegeben, das andere Mal auf drei Stellen gerundet. Die Ergebnisse waren vollkommen unterschiedlich (siehe [15]). Damit bekommt man extreme Probleme mit der Interpretation der Ergebnisse.

Die Startwerte der Zeitreihen der folgenden Abbildung unterscheiden sich nur in der  $y$ -Koordinate um 0,00001. Wie man sieht, beginnen sie nach einiger Zeit vollkommen anderes Verhalten zu zeigen.



Bei Differentialgleichungen wird Chaos schon bei strukturell sehr einfachen Gleichungen, wie dem Lorenz-System erreicht. Aber es gibt noch wesentlich einfachere Systeme, die bereits chaotisches Verhalten zeigen. Dafür müssen wir wieder den Bereich der Differentialgleichungen verlassen.

### Chaos in der logistischen Wachstumsgleichung

Während bei Differentialgleichungen, wie denen für den Lorenzattraktor, stets mehr als zwei simulierte Größen notwendig sind, um chaotisches Verhalten zu erzeugen, reicht bei Differenzgleichungen eine einzige aus. Die einfachste Differenzgleichung, die chaotisches Verhalten zeigen kann, ist die gutbekannte Gleichung für das logistische Wachstum:  $X(t+1) = rX(t)(1 - X(t))$ . Wir haben gesehen, dass sie zwei Fixpunkte (d.h. Punkte mit  $X(t+1) = X(t)$ ) aufweist:  $X_1 = 0$  und  $X_2 = 1$ . Das ist aber noch nicht das Ende ihres Verhaltensspektrums. Der entscheidende Parameter ist hier  $r$ .

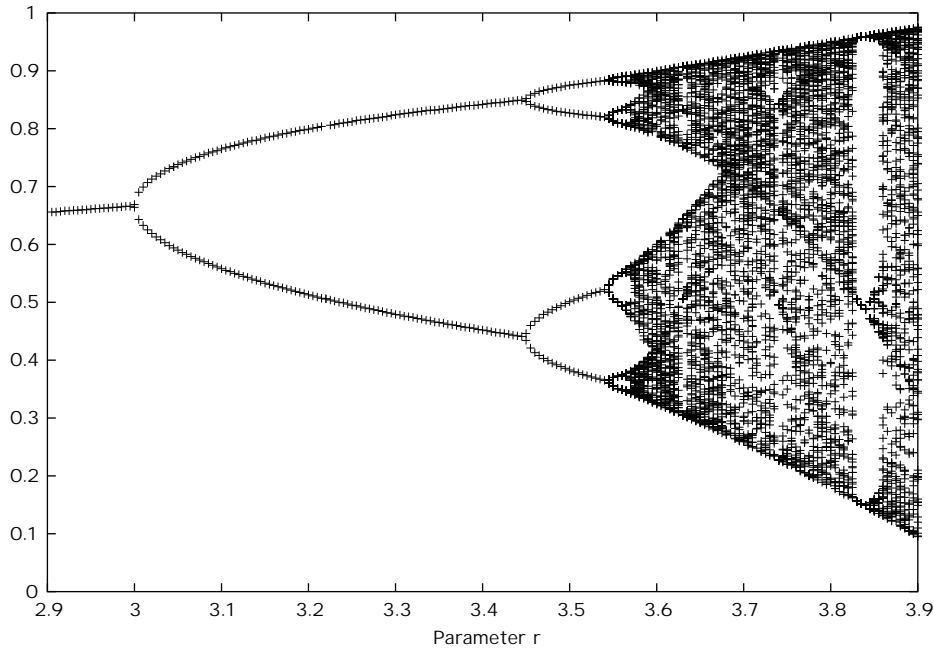
#### Aufgabe:

Die logistische Abbildung lässt sich leicht mithilfe eines kleinen Computerprogrammes nachstellen (oder siehe [5]).

- Was passiert, wenn  $r$  variiert wird? Welches Verhalten lässt sich feststellen, wenn  $r$  größer wird als 3? Gibt es noch weitere Veränderungen?
- Was passiert, wenn  $r$  größer ist als 3,57? Starten Sie mit zwei eng beieinander liegenden Werten. Ist noch ein regelmäßiges Verhalten im Diagramm zu erkennen?

Bei 3,57 erreicht die logistische Abbildung schließlich ebenfalls chaotisches Verhalten. Trägt man die Gleichgewichtspunkte gegen den Parameter  $r$  auf, erhält man das

wahrscheinlich bekannte Bifurkationsdiagramm, welches für diese Gleichung typisch ist. Eine Bifurkation ist der Punkt, an dem qualitative Änderungen im Verhalten auftreten, d.h. neue Gleichgewichtspunkte hinzukommen oder zum Beispiel ein bisheriger Fixpunkt von einem Grenzzyklus abgelöst wird (Hopf-Bifurkation). Hier wird ein Gleichgewichtspunkt abgelöst von zwei, die wiederum von vier usw. bis die Trennung quasi verschwindet.



Aufgrund der dabei entstehenden Form, nennt man diesen Bifurkationstyp auch Heugabelbifurkation. Im Gegensatz zum Lorenz-System zeigen sich hier keine seltsamen Attraktoren. Beiden Systemen ist allerdings eine Besonderheit gemeinsam. Für bestimmte Werte von  $r$  existieren sogenannte Fenster im chaotischen Verhalten, wo wieder regelmäßiges Verhalten auftritt. Beim Lorenzsystem ist dies bei  $r = 100,5$  der Fall, bei der logistischen sind die Fenster im Bifurkationsdiagramm gut zu erkennen. Das Lorenz-System stellt die einfachste chaotische Gleichung im kontinuierlichen Fall, die logistische im diskreten Fall dar. Es gibt noch eine Vielzahl gut untersuchter chaotischer Abbildungen, so die Rössler-Abbildung:

$$\frac{dx}{dt} = -(z + y)$$

$$\frac{dy}{dt} = x + ay$$

$$\frac{dz}{dt} = b + z(x - c)$$

### Aufgabe:

- Berechnen Sie die Gleichgewichtspunkte in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
- Halten Sie  $a$  und  $b$  auf 0.2 fest und variieren Sie  $c$ . Was ergibt sich ?

Ein Programm hierfür findet sich z.B. bei Haftendorn (siehe [9]) bzw. fertige Java-Applets unter

- [www.cs.tpu.ee/~jaagup/uk/dynsys/ds2/chaos/Simulation/Rossler/rosslersimulate.html](http://www.cs.tpu.ee/~jaagup/uk/dynsys/ds2/chaos/Simulation/Rossler/rosslersimulate.html)
- [kong.apmaths.uwo.ca/~bfraser/version1/rosslerintro.html](http://kong.apmaths.uwo.ca/~bfraser/version1/rosslerintro.html)  
(zeigt nur die  $xy$ -Ebene)

**(Achtung:** Das System muss sich eventuell erst einschwingen, anfänglich kann atypisches Verhalten auftreten, das aber nach kurzer Zeit verschwindet. Daher ist es besser, erst nach einiger Zeit ( $t = 50$  bzw.  $100$ ) mit der Darstellung zu beginnen. Ein guter Startpunkt für  $(x, y, z)$  ist  $(5, 0, 0)$ ).

Poincaré (ein berühmter Mathematiker und der eigentliche Entdecker chaotischen Verhaltens) soll über Attraktoren dieser Form gesagt haben (siehe [15]):

„Man ist von der Komplexität dieser Figur so betroffen, dass ich nicht einmal versuche, sie zu zeichnen.“

### Warnung:

Wenn man das logistische Wachstum im kontinuierlichen Fall mit der Euler-Methode diskretisiert, dann ist das Endergebnis die logistische Abbildung mit ihren Schwingungen und chaotischem Verhalten. Die eigentliche Ausgangsabbildung, die logistische Wachstumsgleichung, zeigt dies nicht!

### Zusammenfassung Kapitel 4

Kapitel 4 behandelt den allgemeinen Fall von drei Akteuren. Hierbei wird auf die unterschiedlichen Möglichkeiten der gegenseitigen Beeinflussung der Spieler eingegangen.

Zum Schluß wird anhand eines konkreten Beispiels der Unterschied zwischen einer kontinuierlichen Beschreibung und einer zeit-diskreten Abbildung erläutert. Mithilfe des sogenannten Lorenzsystems wird hierbei in das Gebiet der chaotischen Systeme eingeführt, um auf die Problematik einer realistischen Modellierung aufmerksam zu machen. Damit soll beim Leser der kritische Umgang mit Modellen gefördert werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] Behncke, H: Mathematik für Biologen I (Skript),  
Universität Osnabrück 2000
- [2] Bester, H: Lecture Notes Game Theory (Skript),  
Freie Universität Berlin 2001
- [3] Böhringer, Chr., C. Vogt (2001): Internationaler Klimaschutz - nicht mehr als  
symbolische Politik ?  
ZEW Discussion Paper No. 01-06, Mannheim 2001
- [4] Dixit A., B. Nalebuff: Spieltheorie Für Einsteiger,  
Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart 1997
- [5] Doerner, R: Chaos interaktiv,  
<http://www.robert-doerner.de/index.html>
- [6] Deutsches Klimarechenzentrum  
Poster zum Tag der Forschung am 18.6.1998, Thema Klima und Wetter
- [7] Engeln, H.: Weltklima: Vor der Katastrophe?  
GEO MAGAZIN Nr.7/Juli 2001
- [8] Environmental Protection Agency: Global Warming  
<http://www.epa.gov/globalwarming/index.html>
- [9] Haftendorn, D.: Chaos und Fraktale,  
<http://rzserv2.fhnon.de/u1/gym03/homepage/faecher/mathe/chaos/dynsys/lorenz.htm>
- [10] Hartwig, J.: Optimale Kontrolle von Epidemien,  
Diplomarbeit Universität Osnabrück, 1997
- [11] Hamburger Bildungsserver: Klima und Energie  
<http://www.hamburger-bildungsserver.de/klima>
- [12] Iowa State University: Global Change Course,1994-2000  
<http://www.meteor.iastate.edu/gccourse/>
- [13] IPCC Third Assessment Report - Climate Change 2001  
WG I Climate Change 2001: The Scientific Basis  
Summary for Policymakers  
<http://www.ipcc.ch/>

- [14] Kohorst H., Ph. Portschteller:  
Wozu Hefe nicht alles gut ist... Vom exponentiellen zum logistischen Wachstum  
mathematik lehren, Heft 97/1999
- [15] Lichtenegger, K. und E. Tusini: Get in Touch with Chaos,  
<http://www.uni-klu.ac.at/~gossimit/lv/usw00/w/g5/k3hgrund.html>
- [16] Malchow H.: Systemwissenschaft II: Theoretische Systemwissenschaft (Skript),  
Universität Osnabrück 2002
- [17] Matthies M., S.Dormann, S.Reimer, M.Klein, A.Bayer, S. Lauterbach:  
Einführung in die Angewandte Systemwissenschaft (Skript),  
Universität Osnabrück 2001
- [18] Pickl, St.: Der  $\tau$ -value als Kontrollparameter  
Modellierung und Analyse eines Joint-Implementation Programmes mithilfe  
der dynamischen kooperativen Spieltheorie und der diskreten Optimierung  
Shaker Verlag, Aachen 1998
- [19] Schnädelbach, A.: Das iterierte Gefangendilemma,  
<http://www.informatik.uni-mainz.de/~astra/schueler/dilemma.html>
- [20] Thelen T.: Spieltheorie und das Gefangenendilemma,  
Referat im Seminar Conflicts in AI 1997 an der Universität Osnabrück  
<http://www.cl-ki.uni-osnabrueck.de/~nntthele/ipd/index.html>
- [21] Umweltbundesamt, Fachgebiet Schutz der Erdatmosphäre  
Die Klimaänderung - ein wissenschaftlicher Popanz ?  
<http://www.umweltbundesamt.de/uba-info-daten/daten/klimaaenderungen-weltweit.htm>
- [22] Bundesumweltministerium, Referat G II 1 (Globale Umweltkonventionen):  
Klimakonferenz vom 29.10.-09.11.01 in Marrakesch: Die letzte Etappe vor dem  
in Kraft treten des Kyoto-Protokolls  
Eine Einführung in die Konferenz, ihre Inhalte und die Verhandlungspositionen  
der Bundesregierung (mit Glossar zu den wichtigsten Themen)  
[http://www.bmu.de/download/dateien/klimakonferenz\\_sieben.pdf](http://www.bmu.de/download/dateien/klimakonferenz_sieben.pdf)
- [23] Wollny, M., St. Schmidt, T. Klemm  
Kyoto und die Folgen... Arbeit im Seminar Umweltökonomie des IWW  
1999, [http://www.uni-karlsruhe.de/~uops/klima/klima\\_main.htm](http://www.uni-karlsruhe.de/~uops/klima/klima_main.htm)
- [24] WWF, Hintergrundinformation  
Das Kioto-Protokoll  
2001, <http://www.wwf.de/imperia/md/content/pdf/klima/cop7/kiotoprotokoll.pdf>